ЗНО 2021 року з математики — додаткова сесія

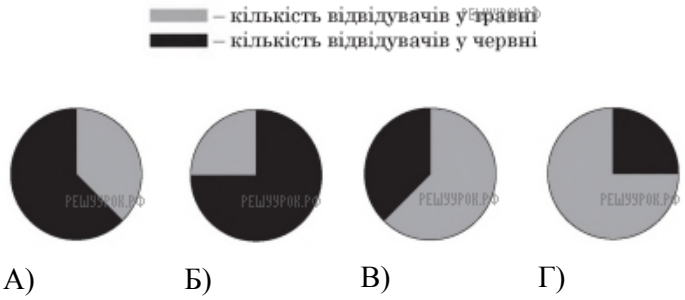
При выполнении заданий с кратким ответом отметьте верный ответ или впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. У під'їзді шістнадцятиповерхового будинку на першому поверсі розташовано 6 квартир, а на кожному з решти поверхів — по 8. На якому поверсі квартира №31, якщо квартири від №1 і далі пронумеровано послідовно від першого до останнього поверху?

А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6

2. Кількість відвідувачів ботанічного саду протягом червня становила чверть від їхньої сумарної кількості в травні й червні. На якій із діаграм правильно зображено розподіл відвідувачів цього ботанічного саду впродовж цих двох місяців?



А) А Б) Б В) В Г) Г

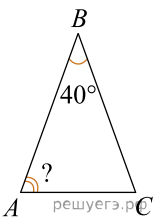
3. Точки A та B лежать на сфері радіуса 10 см. Укажіть найбільше можливе значення довжини відрізка AB.

А) 20 см Б) 100π см В) 10 см Г) 20π см

4. Обчисліть суму коренів рівняння $x^2+3x-4=0$.

А) −4 Б) −3 В) 3 Г) 4

5. У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC $\angle B=40^\circ$. Визначте градусну міру кута A.



А) 80° Б) 70° В) 60° Г) 50° Д) 40°

6. Укажіть функцію, графік якої проходить через початок координат.

А) $y=x-1$ Б) $y=1-x$ В) $y=1$ Г) $x=-1$ Д) $y=x$

7. Спростіть вираз $2(x+5y)-(4y-7x)$.

А) $9x+y$ Б) $9x+14y$ В) $-5x+6y$ Г) $9x+6y$ Д) $16x+2y$

8. Точки A, B, C та D лежать в одній площині. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Якщо точка B належить відрізку CD, то $CB + BD = CD$.

II. Якщо точка A не належить відрізку CD, то $CA + AD < CD$.

III. Якщо відрізок CD перетинає відрізок AB в точці O під прямим кутом і $AO = OB$, то $AC = CB$.

А) лише I та II Б) лише I В) лише I та III Г) лише II Д) I, II та III

9. Із заглибленням у надра Землі температура порід підвищується в середньому на 3 °C щокожні 100 м. Прилад на першому рівні ствола шахти показує температуру породи +12 °C. За якою формулою можна визначити температуру і (У °C) породи на глибині, що на h м нижче від першого рівня?

А) $t = 12 + \frac{3h}{100}$ Б) $t = 12 - \frac{3h}{100}$ В) $t = 3 + \frac{100h}{12}$ Г) $t = 3 + \frac{100}{12h}$

Д) $t = 12 + \frac{100h}{3}$

10. Обчисливши $\frac{7 - (\sin^2\beta + \cos^2\beta)}{3\sin^2\beta + 3\cos^2\beta}$?

А) $\frac{7}{6}$ Б) $\frac{7}{3}$ В) $\frac{8}{3}$ Г) 12 Д) 2

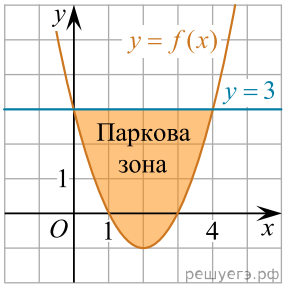
11. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\frac{x}{9-x} = \frac{1}{2}$?

А) $(-\infty; -5]$ Б) $(-5; -2]$ В) $(-2; 2]$ Г) $(2; 5]$ Д) $(5; +\infty)$

12. Укажіть правильну подвійну нерівність, якщо $a = 0,5^{-1}$, $b = 0,2$, $c = \log_{0,2} 5$.

А) $c < b < a$ Б) $b < c < a$ В) $a < c < b$ Г) $c < a < b$ Д) $b < a < c$

13. У прямокутній системі координат на площині зображено план паркової зони, що має форму фігури, обмеженої графіками функцій $y = f(x)$ і $y = 3$ (див. рисунок). Укажіть формулу для обчислення площі S цієї фігури.



А) $S = \int_{-1}^{3} (f(x) - 3)dx$ Б) $S = \int_{-1}^{3} (3 - f(x))dx$ В) $S = \int_{0}^{4} (f(x) + 3)dx$

Г) $S = \int_{0}^{4} (f(x) - 3)dx$ Д) $S = \int_{0}^{4} (3 - f(x))dx$

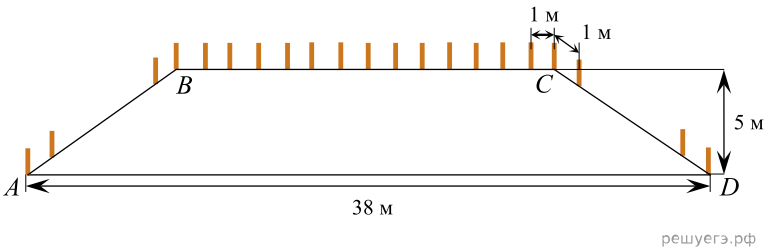
14. Визначте довжину апофеми правильної чотирикутної піраміди, якщо площа її повної поверхні дорівнює 208 см^2, а довжина сторони основи — 8 см.

А) 13 см Б) 12 см В) 9 см Г) 8 см Д) 6 см

15. Розв'яжіть нерівність $3^x < 27 \cdot 3^{-x}$.

А) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ Б) $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ В) $(-\infty; 3)$ Г) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ Д) $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$

16. Заїзна кишеня для висадки пасажирів громадського (маршрутного) транспорту й таксі, облаштована перед входом у супермаркет, має форму рівнобічної трапеції $ABCD$. Довжина більшої основи AO становить 38 м, ширина кишені дорівнює 5 м. Уздовж меншої основи BC й бічних сторін AB й CD планують установити запобіжні стовпчики на відстані 1 м один від одного. Частину з них уже встановили (див. рисунок). Скільки всього стовпчиків має бути за планом уздовж сторін AB, BC й CD цієї кишені, якщо вздовж BC вже встановлено 15 стовпчиків?



А) 39 Б) 41 В) 42 Г) 43 Д) 45

17. Установіть відповідність між функцією (1−3) і властивістю (А−Д) її графіка

Функція	*Властивіст ь графіка функції*
1. $y = \log_2 x$	**А** не перетинає вісь y
2. $y = x^2 + 3$	**Б** паралельний осі x
3. $y = \cos x$	**В** розташований у всіх координатних чвертях
	Г має лише одну спільну точку з графіком рівняння $x^2 + y^2 = 9$
	Д симетричний відносно початку координат

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○

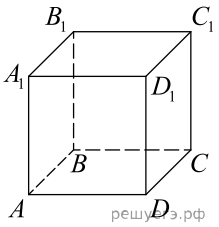
18. Увідповідніть вираз (1−3) із його значенням (А−Д), якщо $x = \sqrt{5} - 1$.

Вираз	*Значення виразу*
1. $\lvert x - \sqrt{5} \rvert$	**А** -1
2. $(\sqrt{5} + 1)x$	**Б** 1
3. $x^2 + 2x + 1$	**В** 4
	Г 5
	Д 6

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○

19. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 2. До кожного початку речення (1−3) доберіть його закінчення (А−Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

1. Довжина діагоналі куба дорівнює
2. Відстань від точки A до прямої A_1C_1 дорівнює
3. Відстань від точки А до площини (BB_1D_1) дорівнює

Закінчення речення

А 2.
Б $2\sqrt{2}$
В $2\sqrt{3}$
Г $\sqrt{3}$
Д $\sqrt{2}$

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○

20. На рисунках (1−5) наведено інформацію про п’ять паралелограмів. До кожного початку речення (1−3) доберіть його закінчення (А−Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Рис. 1

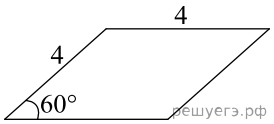


Рис. 2

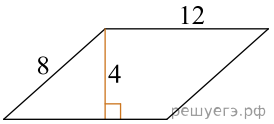


Рис. 3

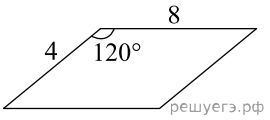


Рис. 4

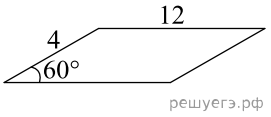
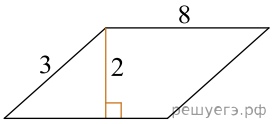


Рис. 5



Початок речення

1. Паралелограм, діагоналі якого перетинаються *A* під прямим кутом, зображено на
2. Паралелограм, менший кут якого дорівнює 30°, зображено на
3. Паралелограм, площа якого дорівнює 16, зображено на

Закінчення речення

А рис. 1.
Б рис. 2.
В рис. 3.
Г рис. 4.
Д рис. 5.

	А	Б	В	Г	Д
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○

21. На пачці морозива масою 500 г наведено інформацію (див. рисунок) про поживну (харчову) цінність цього
продукту масою 100 г: білків — 3,5 г, жирів — 12 г, вуглеводів — 21 г.

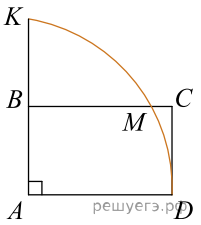
1. Визначте енергетичну (калорійну) цінність (у ккал) цього морозива масою 100 г, якщо енергетична цінність білків масою 1 г становить 4 ккал, жирів масою 1 г — 9 ккал, вуглеводів масою 1 г — 4 ккал.

2. Морозиво, з’їдене Ладою, становило 30% від усієї пачки (500 г). Визначте енергетичну цінність (у ккал) спожитого нею морозива.

22. На рисунку зображено прямокутник *ABCD* й сектор *KAD*, у якому $\angle KAD = 90$. Площа сектора *KAD* дорівнює 100π см^2. Дуга $\overset{\smile}{KD}$ перетинає сторону *BC* в точці *M*, причому $BM = 16$ см.

1. Визначте довжину (у см) сторони *AD*.

2. Обчисліть площу (у см^2) прямокутника *ABCD*.



23. У прямокутній системі координат у просторі задано вектор $\vec{a}(2;\ -9;\ 3)$.

1. Визначте координати вектора $\vec{b} = -2a$. У відповіді запишіть їхню суму.

2. Обчисліть скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

24. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n-го члена: $a_n = 5 - 3,6n$.

1. Визначте шостий член піеї прогресії.
2. Визначте різницю $a_4 - a_2$.

25. На виборах президента школи балотуються три кандидати: Наталя, Микола й Антон. За результатами опитування ймовірність того, що переможе Антон, дорівнює ймовірності того, що переможе Микола, й вдвічі менша за ймовірність того, що переможе Наталя. Якою за результатами опитування є ймовірність того, що президентом школи оберуть Миколу?

26. Протягом 40 хвилин уроку учні виступили з трьома доповідями однакової тривалості й показали дві презентації. Показ кожної презентації тривав на 10 хвилин більше, ніж доповідь. Визначте тривалість однієї доповіді (у хв). Тривалістю пауз між доповідями й презентаціями знехтуйте.

27. Обчисліть $400^{1-\log_{20}4}$.

28. Розв'яжіть нерівність $|x-9| \leqslant 3$. У відповіді запишіть суму всіх її цілих розв'язків на проміжку [−15; 15].

29. Олег пише смс-повідомлення з трьох речень. У кінці кожного з них він прикріпить один із п'ятнадцяти веселих смайликів. Скільки всього є способів вибору таких смайликів для прикріплення, якщо всі смайлики в повідомленні мають бути різними?

30.

Задано функцію $y = x^3 - 12x$.

1. Для наведених у таблиці значень аргументи x визначте відповідні їм значення y (см. тблицу).

x	y
−1	
0	
2	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $y = x^3 - 12x$ із віссю x.
3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x^3 - 12x$.
4. Визначте нулі функції f'.
5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f.
6. Побудуйте ескіз графіка функції f.

31. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут β. Діаметр основи циліндра дорівнює d.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$.
2. Укажіть кут β, що утворює пряма AC з площиною верхньої основи циліндра.
3. Визначте об'єм циліндра.

32. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут β. Діаметр основи циліндра дорівнює d. На колі нижньої основи вибрано точку K так, що відрізок AK видно з точки D під кутом 30°.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і вкажіть кут у між площиною (CKA) і площиною нижньої основи. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ.

33. Доведіть тотожність

$$\frac{6a^2 + 20a - 16}{a + 4} = \frac{2 - 3a}{\sin 330^\circ}.$$

34. Задано систему рівнянь

$$\begin{cases} ax^2 + ax + 3^{2+y^2} = 27, \\ x + 3^{1+y^2} = 8, \end{cases}$$

де x, y — змінні, a — стала.

1. Розв'яжіть цю систему, якщо $a = 0$.
2. Визначте всі розв'язки заданої системи залежно від значень a.